



综述

非线性最优化方法在大气 - 海洋科学研究中的若干应用

献给李大潜教授 80 华诞

穆穆^{1*}, 王强^{2,3}

1. 复旦大学大气科学研究院, 上海 200433;
 2. 中国科学院海洋研究所海洋环流与波动重点实验室, 青岛 266071;
 3. 青岛海洋科学与技术国家实验室, 青岛 266237
- E-mail: mumu@fudan.edu.cn, wangqiang@qdio.ac.cn

收稿日期: 2016-10-30; 接受日期: 2016-12-18; 网络出版日期: 2017-03-30; * 通信作者
国家自然科学基金 (批准号: 41230420) 资助项目

摘要 本文主要介绍了作者研究组近几年来将非线性最优化方法应用于大气 - 海洋科学研究中的有关工作, 重点是基于非线性最优化所提出的条件非线性最优扰动 (CNOP) 方法的理论框架及近几年的发展, 以及在大气 - 海洋科学研究中的最新应用成果, 主要包括集合预报、一些高影响海 - 气环境事件的可预报性、模式参数敏感性的识别以及模式倾向误差和边界条件误差的评估等. 此外, 本文也讨论了应用 CNOP 方法面临的困难与挑战, 并展望了未来的发展.

关键词 非线性最优化 条件非线性最优扰动 (CNOP) 大气 海洋

MSC (2010) 主题分类 35Q93, 49N45, 65K10, 65M32, 90C30, 90C31

1 引言

天气与气候现象主要是发生在大气 - 海洋系统中的自然现象, 其发生与演变过程可以用一组非线性偏微分方程组加以描述, 该方程组是建立在流体力学中 Navier-Stokes 方程组基础之上的. 在大气 - 海洋科学研究中, 针对所关注的各种问题, 科学家们首先从物理上对方程组进行简化, 例如, 通过尺度分析、地转近似和静力平衡近似等得到不同的简化的方程组, 即各种“模式”. 将这些模式再进一步处理为计算机可以数值求解的各种数值模式, 研究所关注的问题, 这就是通常所说的数值模拟. 事实上, 现在气象与海洋预报, 也主要是数值预报. 数值模式已成为研究和预测大气 - 海洋状况的一个不可或缺的有力工具.

由于数值模式中初始条件和边界条件均不可避免地存在误差, 并且数值模式本身也不可能完全准确地描述大气 - 海洋的状况, 所以, 数值模式的模拟或预测结果存在着不确定性. 研究这种不确定性产生的原因和机制, 探讨减小不确定性的方法和途径就是大气 - 海洋科学研究中的一个重要领

英文引用格式: Mu M, Wang Q. Applications of nonlinear optimization approach to atmospheric and oceanic sciences (in Chinese).
Sci Sin Math, 2017, 47: 1207-1222, doi: 10.1360/N012016-00200

域—可预报性研究^[1-3]. 可预报性研究的一个核心问题是评估模拟和预报结果的不确定性, 气象学家 Tennekes^[4] 指出, 没有进行不确定性估计的预报是不完整的预报, 不确定性的评估对于大气 - 海洋的数值模拟和预测是至关重要的.

20 世纪 60 年代以来, 线性代数中的奇异向量 (SV) 方法已被广泛应用于研究大气 - 海洋的可预报性. 例如, Lorenz^[5] 和 Farrell^[6] 利用该方法研究了初始误差对大气运动可预报性的影响; Thompson^[7] 使用此方法研究了 El Niño 事件的可预报性, 揭示了对预报结果有最大影响的初始误差的空间结构和发展规律; 还有, Zanna 等^[8] 使用 SV 方法探讨了大西洋经向翻转环流的可预报性, 更多的关于 SV 方法的应用可参见 Palmer 和 Zanna^[9] 的综述. 上述研究主要关注的是初始条件误差对预报不确定性的影响, 近年来, SV 方法还被应用于评估模式中的参数误差和模式倾向误差所产生的预报不确定性, 这里所说的模式倾向误差 (tendency error) 是指模式变量在积分过程中的变化倾向误差, 其主要是由模式中未能分辨的物理过程、次网格参数化和高频噪声等导致的. Moolenaar 和 Selten^[10] 使用 SV 方法寻找了对大气模式预报结果影响最大的模式参数误差组合, 并给出了该参数误差所导致的预报不确定性的估计; Barkmeijer 等^[11] 利用此方法研究了模式倾向误差对天气预报结果的影响.

然而, SV 方法是一种线性方法, 它能够使用的前提条件是误差充分小, 其发展演变过程能够由切线性模式 (非线性模式的线性化) 所描述, 所以, SV 方法不能考虑非线性物理过程的作用. 但是, 大气 - 海洋系统是非线性的, 其数值模拟和预测结果的不确定性不可避免地受到非线性动力 - 物理过程的影响, 因此, 利用 SV 方法探讨大气 - 海洋运动的可预报性具有较大的局限性. 为了克服该局限性, Mu 等^[12] 于 2003 年将非线性最优化方法应用于大气 - 海洋的可预报性研究, 提出了条件非线性最优扰动 (CNOP) 方法, 该方法直接利用非线性模式, 无需任何线性近似, 因此能够揭示非线性动力 - 物理过程对大气 - 海洋可预报性的影响. CNOP 是在一定物理约束条件下, 在预报时刻具有最大非线性发展的一类初始扰动; 而 SV 表示在切线性模式中有最大增长率的初始扰动, 从这个意义上说, CNOP 是 SV 在非线性系统中的自然推广. 值得提及的是, Cherubini 等^[13] 及 Pringle 和 Kerswell^[14] 分别于 2010 年在流体力学研究领域提出了与 CNOP 完全相同的最优扰动方法, 并将其应用于研究层流和湍流之间的突变. 从正式发表的文献来看, 这些工作要比 Mu 等^[12] 的工作晚了 7 年左右.

自 CNOP 方法提出之后, 已被广泛应用于探讨大气 - 海洋研究中的可预报性问题. 例如, Duan 等^[15] 和 Mu 等^[16] 研究了初始误差对 El Niño 可预报性的影响, 揭示了非线性动力 - 物理过程的作用. 此外, CNOP 方法还被用于研究有限振幅的初始扰动对中纬度海洋双环流的稳定性、大西洋盐环流的稳定性以及日本南部黑潮路径变异预报的影响, 发现由于非线性物理过程的存在, 初始扰动可能引起海洋环流的状态发生突变, 参见文献 [17-20]. 这些应用研究揭示了 CNOP 方法是研究大气 - 海洋可预报性的一个有力工具, 能够为提高大气 - 海洋的预报技巧提供新的思路.

以上的研究主要考察了初始误差对大气 - 海洋可预报性的影响, 但数值模式本身和边界条件都存在误差, 如何评估这些误差对大气 - 海洋预报结果的影响是值得探讨的问题. 为了考察此问题, 近几年, CNOP 方法已被扩展. Mu 等^[21] 从理论上将 CNOP 方法进行了推广, 使其能够评估模式参数误差对大气 - 海洋预报结果的影响; 随后, Duan 和 Zhou^[22] 及 Wang 和 Mu^[23] 进一步拓展了 CNOP 方法使其能够分别探讨模式倾向误差和边界条件误差对预报结果的影响. 得益于这些工作, 近年来, CNOP 方法在大气 - 海洋科学研究中有了更加广泛的应用, 并取得了一些重要进展.

本文将主要介绍近三年来 CNOP 方法的拓展及其在大气 - 海洋科学研究中的应用的新进展, 更早期的关于 CNOP 方法的应用, 读者可参见文献 [24]. 第 2 节将在统一的框架下简要介绍拓展的 CNOP 方法及其物理意义; 第 3 节是拓展后的 CNOP 方法在大气 - 海洋科学研究中的应用, 主要介绍如何用正交 CNOP 型初始扰动产生集合预报中的初始场^[25], CNOP 型参数扰动在识别模式参数敏感性方面

的应用, 以及用 CNOP 方法评估模式倾向误差和边界条件误差对大气 - 海洋可预报性的影响; 第 4 节给出总结和讨论.

2 拓展的条件非线性最优扰动方法

2003 年, CNOP 方法首次被提出时主要是探讨初始条件误差对大气 - 海洋预报的影响 (参见文献 [12]), 此后, 该方法被逐步发展完善. 2010 年, 此方法被扩展到评估模式参数误差的影响 (参见文献 [21]), 最近其又被进一步扩展到研究模式倾向误差^[22] 和边界条件误差^[23] 的影响. 本节将这些工作统一到一个框架下来阐述 CNOP 方法.

大气与海洋的状态向量 U 的发展演变一般可以用下述非线性发展型方程描述:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} = F(U, P), & \text{在 } \Omega \text{ 内,} \\ U|_{t=0} = U_0, & \text{在 } \Omega \text{ 内,} \\ B(U)|_{\Gamma} = G(x, t), \end{cases} \quad (2.1)$$

其中 $U(x, t) = (u_1(x, t), u_2(x, t), \dots, u_l(x, t))$ 为包含 l 个变量 (如流速、温度和盐度等) 的状态向量; $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega$, Ω 是 Euclid 空间 \mathbb{R}^n 的一个区域; t 表示时间, $0 \leq t < +\infty$; F 是非线性偏微分算子; $P = (p_1, p_2, \dots, p_m)$ 是参数向量; U_0 为初始条件; B 是边界算子; Γ 表示区域 Ω 的边界, 注意这里不考虑边界随时间的变化; $G(x, t)$ 是边界条件. 假设方程 (2.1) 中存在初始扰动 u_0 、参数扰动 $p(t)$ 、倾向扰动 $f(x, t)$ 和边界条件扰动 $g(x, t)$, 那么其变为

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial t} = F(V, P + p(t)) + f(x, t), & \text{在 } \Omega \text{ 内,} \\ V|_{t=0} = U_0 + u_0, & \text{在 } \Omega \text{ 内,} \\ B(V)|_{\Gamma} = G(x, t) + g(x, t), \end{cases} \quad (2.2)$$

其中 V 表示存在扰动时模式新状态. 为了下文表达方便, 将模式新状态 V 与原始参考状态 U 的偏差记为 $u = V - U$.

为了评估上述四种扰动对模式变量在 τ 时刻的最大影响, 我们定义如下最优化问题:

$$\begin{aligned} J(u_{0\delta}, p_\chi(t), f_\gamma(x, t), g_\sigma(x, t)) &= \max J(u(\tau)) \\ \text{s.t. } u_0 &\in C_\delta, \quad p(t) \in C_\chi, \quad f(x, t) \in C_\gamma, \quad g(x, t) \in C_\sigma. \end{aligned} \quad (2.3)$$

在大气 - 海洋科学研究中, 虽然不能知道误差的全部信息, 但是一般而言, 对于误差的范围, 还是可以给出可靠的估计的, 如观测误差的方差等. 因此, 我们假设上述各种扰动满足一定的约束条件, 方程 (2.3) 中 $u_0 \in C_\delta$, $p(t) \in C_\chi$, $f(x, t) \in C_\gamma$, $g(x, t) \in C_\sigma$ 分别表示关于初始扰动、模式参数扰动、倾向扰动和边界条件扰动的约束条件. 依据所考虑的物理问题, 这些约束条件可以简单地定义为给定范数的球约束, 或者扰动属于某一类泛函集合, 等等. 此外, 方程 (2.3) 中 $u(\tau)$ 表示 τ 时刻存在扰动时模式积分结果相对于参考态 $U(\tau)$ 的偏差, 也就是方程 (2.2) 和 (2.1) 的解的差. $J(u(\tau))$ 是目标函数, 其定义如下:

$$J(u(\tau)) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} u(\tau) \cdot u(\tau) d\Omega. \quad (2.4)$$

最优化问题 (2.3) 的解 $(u_{0\delta}, p_\chi(t), f_\gamma(x, t), g_\sigma(x, t))$ 即为条件非线性最优扰动 (CNOP), 它表示由初始扰动、参数扰动、模式倾向扰动和边界条件扰动构成的最优联合模态. 由 (2.3) 可知, 这一最优联合扰动模态能够导致最大的模式模拟或预测结果的不确定性, 因此, CNOP 方法能够给出该不确定性的上界估计.

假设除了存在初始扰动以外, 其他扰动均为 0, 那么 (2.3) 的解就退化为关于初始扰动的 CNOP, 记为 CNOP-I, 也就是说, Mu 等^[12] 于 2003 年提出的 CNOP 初始扰动成为上述定义的 CNOP 的一种特殊情形. 同样地, 我们可以定义 CNOP 的其他特殊情形, 如 CNOP 型参数扰动 (CNOP-P)、模式倾向扰动和边界条件扰动 (CNOP-B). 注意, CNOP 型模式倾向扰动就是 Duan 和 Zhou^[22] 提出的非线性强迫奇异向量 (NFSV), 为了统一起见, 本文将其记为 CNOP-F.

从物理意义上说, CNOP-I 表示在预报时刻对预报结果影响最大的一类初始误差, 也可以描述非线性最优初始误差模态, 其在预报时刻有最大非线性发展. Ehrendorfer 和 Tribbia^[26] 指出, 抽样具有最大发展的初始误差对集合预报十分重要, 其能显著地提高集合预报的预报技巧, 所以具有最大非线性发展的 CNOP-I 误差可以被应用于集合预报中, 我们将在下面的第 3.1 小节介绍这些工作. 另外, CNOP-P 表示在给定时刻对模拟或预报结果有最大影响的模式参数误差; 其也可以表征最敏感的模式参数扰动, 据此可以识别模式中最敏感的参数或参数组合, 本文第 3.2 小节将论述其在参数敏感性与重要性研究中的应用. CNOP-F 和 CNOP-B 分别表示在给定时刻导致最大模拟或预报不确定性的模式倾向误差和边界条件误差, 它们可用于评估模式倾向误差和边界条件误差对模拟或预报结果的影响, 第 3.3 小节将阐述它们的应用成果.

CNOP 的数值求解归结为求解非线性最优化问题 (2.3). 使用最优化算法 SPG^[27] (spectral projected gradient) 和 SQP^[28] (sequential quadratic programming) 等, 利用伴随模式, 研究人员已成功地对大气 - 海洋中的一些重要模式求解了 (2.3). 此外, 一些文献也发展了一些简化算法, 以提高计算效率, 节约计算资源 (参见文献 [29, 30]). 但是, CNOP 的数值求解, 仍然是一个有挑战性的课题. 在本文的最后一节, 我们将比较详细地讨论这一问题.

3 条件非线性最优扰动方法的应用

3.1 CNOP-I 的应用进展

3.1.1 CNOP-I 在集合预报中的应用

由于我们无法准确知道大气 - 海洋的真实初始状态, 也就是说初始条件存在不确定性, 这使得预报结果也存在不确定性, 因此, 大气 - 海洋的预报本质上应该是关于大气 - 海洋状态的概率密度分布演变的预报. 但现在的计算机资源还难以数值求解描述大气 - 海洋状态的概率密度分布演变的随机偏微分方程. 为此, Leith^[31] 提出了集合预报的概念, 即产生一组不同的初始扰动叠加到初始条件上, 然后积分数值模式获得一组预报值的集合, 进而推断大气未来所有可能的状态. 由此可见, 集合预报的本质就是利用有限样本的演变来近似求解大气 - 海洋状态的概率密度分布演变. 集合预报的一个关键技术是如何产生初始扰动. 文献 [26, 32] 指出, 沿着预报系统相空间最不稳定的方向确定初始扰动可以较好地描述初始不确定性的统计特征. 正如前文所述, CNOP-I 是非线性模式中增长最快的初始扰动, 其反映的是非线性最不稳定的初始扰动模态, Mu 和 Jiang^[33] 初步尝试将 CNOP-I 应用于集合预报, 显示由 CNOP-I 与 SV 混合产生的初始扰动集合可以产生较高的预报技巧.

此外, 国内外学者的研究结果 (参见文献 [34-37]) 表明, 使用正交的初始扰动进行集合预报, 可以

产生较大的集合离散度, 更好地估计预报不确定性. 为了保证集合初始扰动的正交性并且同时考虑非线性物理过程的影响, 文献 [25] 提出了计算正交 CNOP-I 的方法. 所谓正交 CNOP-I 是指一组在不同的正交扰动子空间中具有最大非线性发展的初始扰动. 文献 [25] 首先将正交 CNOP-I 应用于简单的 Lorenz-96 模式^[38] 的集合预报中, 其研究表明, 与目前常用的线性 SV 类型的初始扰动相比, 正交 CNOP-I 可以得到更高的集合预报技巧. 此外, 合适的集合成员个数可以使集合预报具有最高的预报技巧, 并且与 SV 相比, 正交 CNOP-I 需要较少的集合成员就可以得到更高的集合预报技巧 (如图 1 所示, 当 CNOPs 方法 (实线) 和 SVs 方法 (虚线) 取得最高的预报技巧时, 500 个个例在整个预报时段内的平均预报技巧评分随着集合成员个数的增加而发生的变化. 水平轴表示不同的集合预报成员个数, 垂直轴代表不同评分, 不同的子图代表不同的评分方法. 其中, 均方根误差 (root mean square error, RMSE) 度量的是预报值和观测 (或真值) 之间的差, RMSE 越小, 集合平均越准确. 距平相关系数 (anomaly correlation coefficient, ACC) 估计了预报和观测 (或真值) 之间的距平相关, ACC 越大, 预报技巧越高. Brier Score (BS) 是概率预报的均方根误差, BS 值越小, 概率预报技巧越高. 相对作用特征曲线面积 (relative operating characteristic area, ROCA) 通常用于评估二分类事件的预报技巧, ROCA 越大, 集合预报技巧越高. 在此 BS 和 ROCA 分别针对 ev1 和 ev2 两个事件评估事件的概率预报技巧. 圆点表示对于该集合成员个数, CNOPs 方法或 SVs 方法取得最高的集合预报技巧, 摘自文献 [25]). 文献 [39] 进一步将正交 CNOP-I 应用于 MM5 模式^[40] 中, 进行了台风集合预报试验, 比较了正交 CNOP-I、SV、繁殖向量^[41] 和随机扰动这四种初始扰动的集合预报技巧. 结果表明, 与其他三种扰动相比, 正交 CNOP-I 对台风路径的预报技巧最高, 其对应的集合预报成员具有最大的集合离散度、最好的离散度 - 预报误差关系. 这些工作启发我们, 正交 CNOP-I 是一种有潜力的产生集合初始扰动的新方法, 值得我们进一步深入研究其应用价值.

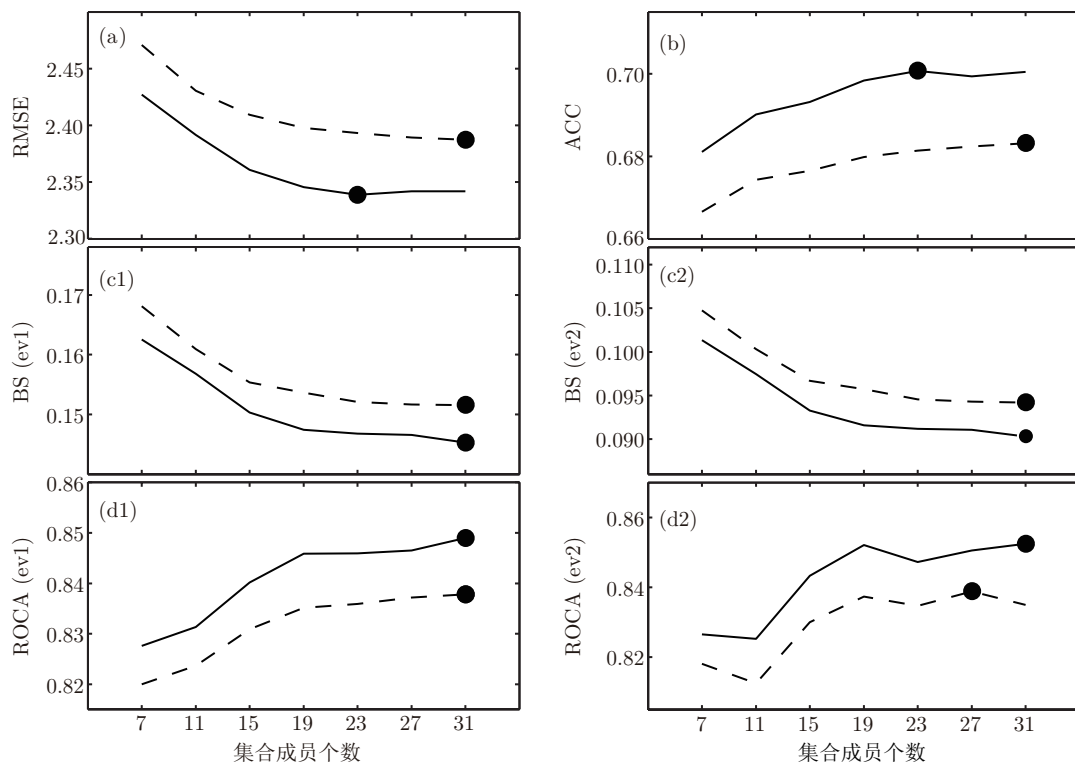


图 1 对 Lorenz-96 模式使用正交 SVs 方法和正交 CNOPs 方法进行 500 个个例的集合预报

3.1.2 CNOP-I 在北大西洋经向翻转环流可预报性研究中的应用

前人研究表明北大西洋经向翻转环流 (AMOC) 的多年代际变化对局地乃至全球气候都有重要影响 (参见文献 [42, 43]), 近几年的研究发现 AMOC 的变化受到初始海洋温度和盐度的极大影响 (参见文献 [44, 45]), 因此猜想这些初始扰动对 AMOC 变化的影响程度具有重要意义。

Zu 等^[46] 基于一个三维海洋环流模式, 使用 CNOP-I 方法计算了可以显著减弱未来 AMOC 强度的最优初始海表温度 (SST) 和海表盐度 (SSS) 扰动. 两种最优初始扰动呈现了类似的结构: 扰动集中于海盆的西北侧, 表明此处为影响未来 AMOC 强度变化的关键区域 (图 2(a) 和 2(b)). 两种最优初始扰动叠加 10 年之后, AMOC 的强度分别减弱 3.6 和 2.5 Sv ($1 \text{ Sv} = 10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$), 并随之呈现多年代际振荡的特征, 振荡周期约为 50 年 (图 2(c) 和 2(d)).

为了比较, Zu 等^[46] 也计算了线性奇异向量 (SV), 并且发现 CNOP-I 与 SV 型最优初始扰动的差别依赖于扰动的振幅. 对于小振幅扰动, 二者差别较小, 导致 AMOC 的强度变化也较为类似. 但随着振幅增大, 二者差别也随之增大 (图 3(a)). 如对于大盐度异常事件 (great salinity anomaly^[47]) 的典型振幅 (0.5 psu), CNOP-I 与 SV 型最优初始 SSS 扰动呈现了显著区别, 二者导致的 AMOC 强度差别约为 1 Sv, 即 SV 型扰动的相对误差为 17% (图 3(c)). 但对于较大振幅的扰动, CNOP-I 和 SV 型扰动呈现了显著的区别, SV 型扰动不再是最优扰动, 因此, CNOP-I 能更好地评估初始扰动对 AMOC 多年代际变化的最大影响。

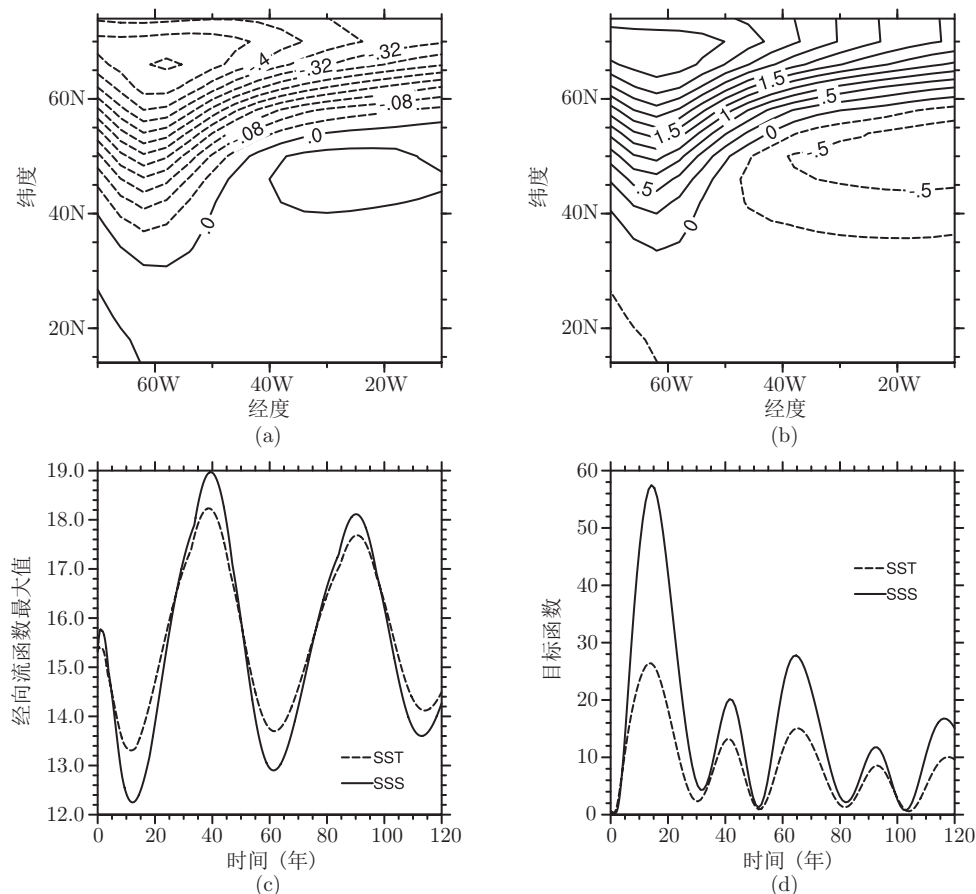


图 2 CNOP-I 型 SSS (a) 和 SST (b) 扰动, 及其导致的经向流函数最大值 (c) 和目标函数 (d) 的变化, 摘自文献 [46]

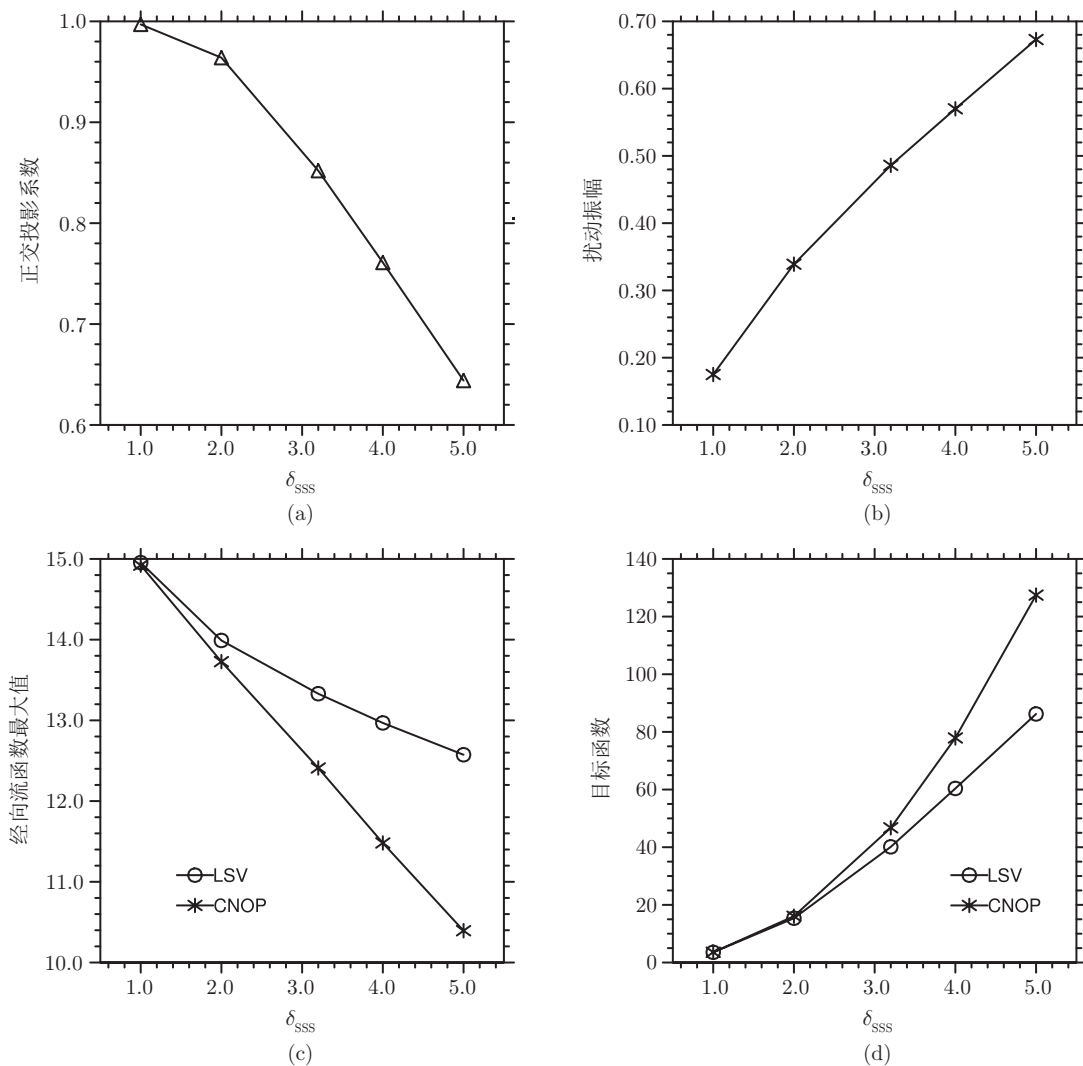


图 3 CNOP-I 和 SV 型最优初始 SSS 扰动的正交投影系数随约束半径的变化 (a); CNOP-I 型扰动的振幅随约束半径的变化 (b); 优化终止时刻, 不同振幅的扰动导致的经向流函数最大值 (c) 和目标函数 (d) 的变化, 摘自文献 [46]

3.2 CNOP-P 在模式参数敏感性与重要性研究中的应用

数值模式是研究天气和气候可预报性问题的工具. 其中与模式误差有关的天气和气候第二类可预报性问题一直是研究热点之一. 模式参数误差是导致大气 - 海洋数值模拟和预报不确定性的重要因素, 减小模式参数误差对于提高大气海洋数值模拟和预测能力具有重要意义. 数值模式中含有大量的参数, 它们大体可以分为三类: 一类是与偏微分方程组离散化有关的参数, 这一类型的参数与观测无关; 第二类参数可以通过观测直接获得; 第三类参数是通过观测间接获得. 后两类参数与观测有关, 因此可以通过观测手段减少其不确定性. 即使如此, 简单地要求减小上述所有与观测有关的物理参数的不确定性将耗费大量的计算资源和观测费用, 因此应该优先考虑减小模式中一个或部分比较敏感的与观测相关的参数的不确定性, 可能会以较少的代价, 大大提高模拟或预测结果的准确性. 因此, 一个关键问题是如何识别模式中相对敏感与重要的物理参数, 回答在一定的误差范围内, 那些参数 (并

不是全部参数) 组合的误差对模拟、预测结果不确定性影响的最大程度。

关于识别模式参数的敏感性与重要性已有很多工作。例如, 文献 [48] 利用每次在一个参数上叠加扰动 (其他参数固定) 的方法来分析一个陆面模型中 18 个物理参数的敏感性, 但是所使用的方法未考虑参数组合的叠加效应; Bastidas 等 [49] 利用多目标广义敏感性分析 (multi-objective generalized sensitivity analysis, MOGSA) 方法考虑了物理参数间的参数组合的叠加效应, 根据参数误差导致的数值模拟不确定性的显著性水平识别了物理参数的敏感性; 进一步, Zaehle 等 [50] 利用 Latin 超立方体方法建立了物理参数误差的样本空间, 利用这些样本空间计算偏相关系数来确定物理参数的敏感性。然而, 所有这些识别敏感物理参数的方法, 都不能回答在一定的误差范围内, 那些部分参数组合的误差对模拟、预测结果不确定性影响的最大程度这一问题。

为了克服以上方法的缺陷, Sun 和 Mu [51] 建立了基于 CNOP-P 的识别敏感性物理参数组合的新方法。图 4 给出了这一方法的理论框架, 大体为三步: 第一步为选择数值模式中的物理参数, 主要是去除数值模式中含有的与模式离散化等有关的参数, 这些参数与观测无关, 不在研究的范围内。然后建立基于数值模式的物理参数非线性最优化系统, 为识别敏感的参数组合奠定基础。第二步为剔除不敏感的物理参数。尽管在第一步中选择了 n 个物理参数, 但是这些参数的敏感性差别很大。为了能够减少计算代价而获得物理参数组合的敏感性, 可以根据导致数值模拟不确定性的程度, 剔除一些不敏感的参数。在这一步假设剔除了 $n - m$ 个参数。最后一步为识别敏感参数组合的重要一步, 将剩余的 m 个参数进行组合, 根据识别参数组合的个数 (k), 将进行 C_m^k 组优化试验。将导致数值模拟不确定性最大程度的那一组参数组合视为相对敏感和重要的物理参数组合。在上述的第二和第三步中, 都将通过计算 CNOP-P, 得到在一定的参数误差范围内, 导致数值模拟不确定性最大程度的量化估计。

基于上述识别敏感参数组合的新方法, 文献 [51] 利用 LPJ (Lund-Potsdam-Jena) 模式识别了导致初级生产力 (net primary production, NPP) 模拟和预报不确定性程度最大的敏感参数组合。结果发现在中国干旱和半干旱区域由传统的 OAT (one-at-a-time) 方法识别的敏感性排序靠前的参数组合与

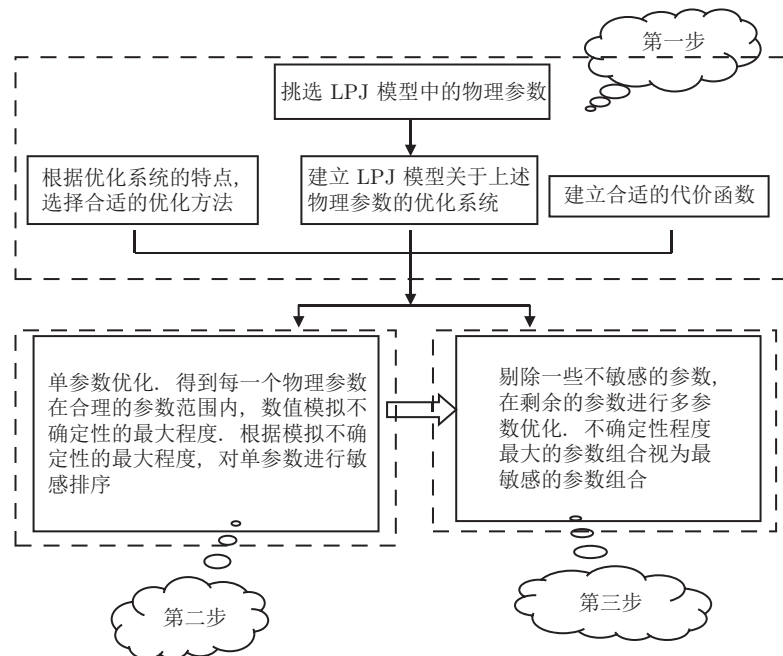


图 4 基于 CNOP-P 方法识别敏感性物理参数组合的步骤和框架, 摘自文献 [51]

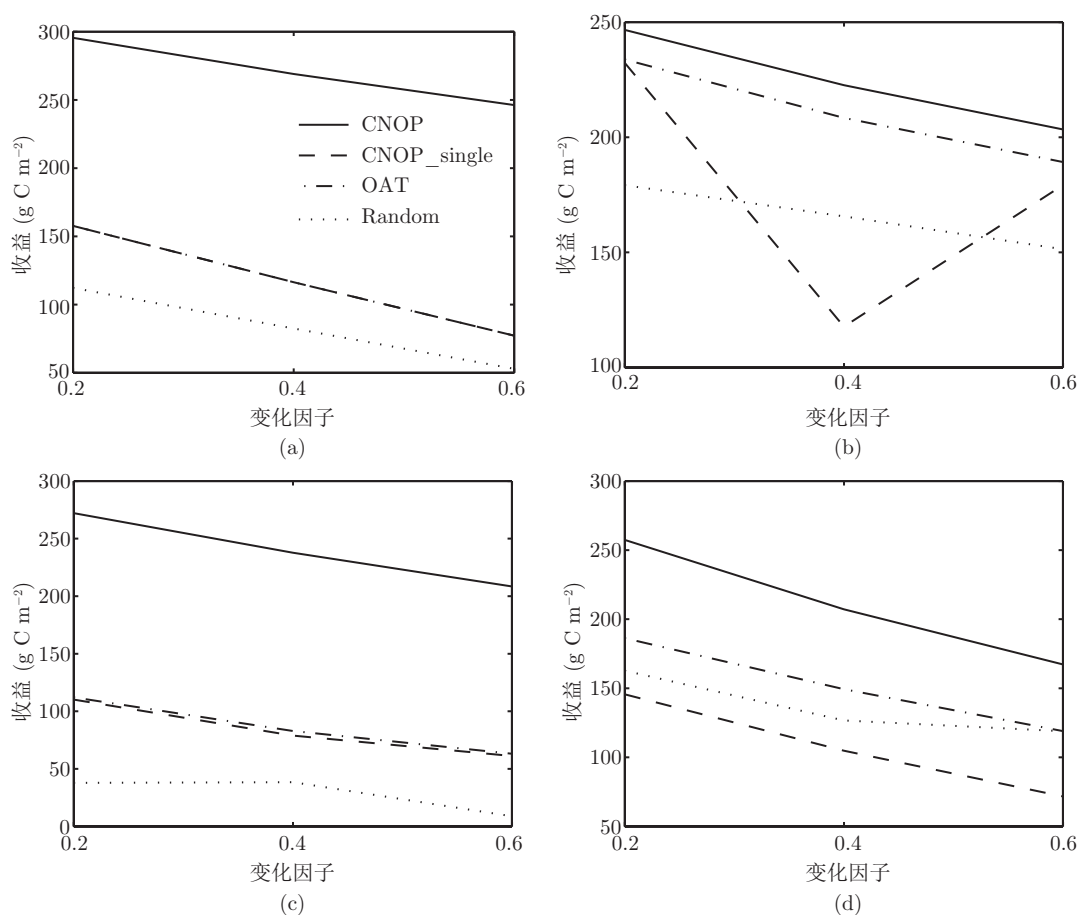


图 5 利用不同方法识别出了敏感性参数组合, 减小这些敏感性参数的误差所带来的模式模拟结果的改进程度. 4 个子图分别表示 4 个不同的中国区域, 横坐标表示 LPJ 模式参数误差的减小程度, 纵坐标表示改进程度, 从图中可以看出, 在 4 个不同的中国区域, 均是 CNOP-P 方法 (图中记为 CNOP) 带来的改进程度最大, 摘自文献 [51]

由新方法识别的敏感物理参数组合是不一致的. 由新方法可知, 影响陆气相互作用水分循环的参数 (蒸散发参数) 也应为敏感物理参数, 这与国际上认为蒸散发是干旱、半干旱区域水分循环关键的物理过程是吻合的, 但是传统的方法并未识别出这一特征. 这说明用新方法识别的敏感参数组合是合理的. 除了利用此方法识别了相对敏感和重要的物理参数, 文献 [51] 也指出可将此方法应用于物理参数的目标观测研究. 数值结果表明, 通过对由新方法识别的敏感物理参数组合进行加强观测, 进而减少其误差, 能够较大程度地减小数值模拟的不确定性, 其减小程度大于由传统方法、单参数敏感性分析方法和随机方法所带来的不确定性的减小程度 (图 5). 这说明减少由新方法识别的敏感物理参数组合的误差能更明显地提高数值模拟和预报的准确性. 这一研究为通过目标观测手段减少物理参数组合的误差从而提高数值预报技巧提供了新思路.

3.3 CNOP-F 在 ENSO 可预报性研究中的应用

El Niño (厄尔尼诺) 是热带太平洋典型的年际变化模态, 其对全球范围内的社会、经济活动等都有重要影响 (参见文献 [52, 53]). 当前数值模式对 ENSO (厄尔尼诺 - 南方涛动) 的预报仍存在较大的不确定性, 重要原因是初始条件和模式都存在较大的误差. 前人已有大量的工作研究了初始误差对

ENSO 预报不确定性的影响 (参见文献 [15, 16]), 为了评估模式误差对 ENSO 预报的影响, Duan 和 Zhao [54] 利用 CNOP-F 方法研究了 Zebiak-Cane 模式 [55] 中导致 El Niño 事件最大预报误差的定常型倾向误差. 注意, CNOP-F 亦即 Duan 和 Zhou [22] 提出的 NFSV. 结果显示, 针对不同 El Niño 事件 (参考态) 的每一次预报, 存在唯一的 CNOP-F. 从空间结构上看, 这些 CNOP-F 表现出大尺度纬向偶极子结构, 这种结构对参考态的 El Niño 事件强度不敏感, 但是依赖于优化的起始时间. 图 6(a) 显示跨越 El Niño 事件增长位相的预报对应的 CNOP-F 表现出赤道中西太平洋正异常而赤道东太平洋负异常的纬向偶极子结构 (记为 CNOP-F1); 而跨越 El Niño 事件衰减位相的预报对应的 CNOP-F 则具有几乎与 CNOP-F1 相反的纬向偶极子结构 (记为 CNOP-F2, 图 6(b)). 另外, 基于切线性模式计算出的线性强迫奇异向量 (FSV) [11] 型模式倾向误差也被类似地划分为两类: FSV1 (图 6(c)) 和 FSV2 (图 6(d)). 我们发现 FSV1 和 CNOP-F1 导致 El Niño 事件中 Niño-3 区海表温度异常 (SSTA) 负的预报误差, 而 FSV2 和 CNOP-F2 导致正的预报误差. 然而由于模式中非线性物理过程的作用, CNOP-F 偶极子结构中的西极子与 FSV 相比更偏西, 并且覆盖更大的区域. 模式中的非线性物理过程抑制由两类 FSV 导致的预报误差的增长, 而 CNOP-F 独特的空间结构能够减小这种抑制作用, 从而导致了更大的预报误差. 由于考虑了模式中非线性物理过程的影响, 与 FSV 相比, CNOP-F 更适合用来表征 Zebiak-Cane 模式中最容易导致预报误差的倾向误差. CNOP-F 型倾向误差可能提供了敏感区的信息, 在敏感区中 CNOP-F 型模式误差更容易导致 El Niño 事件大的预报误差. 若在敏感区内同化观测资

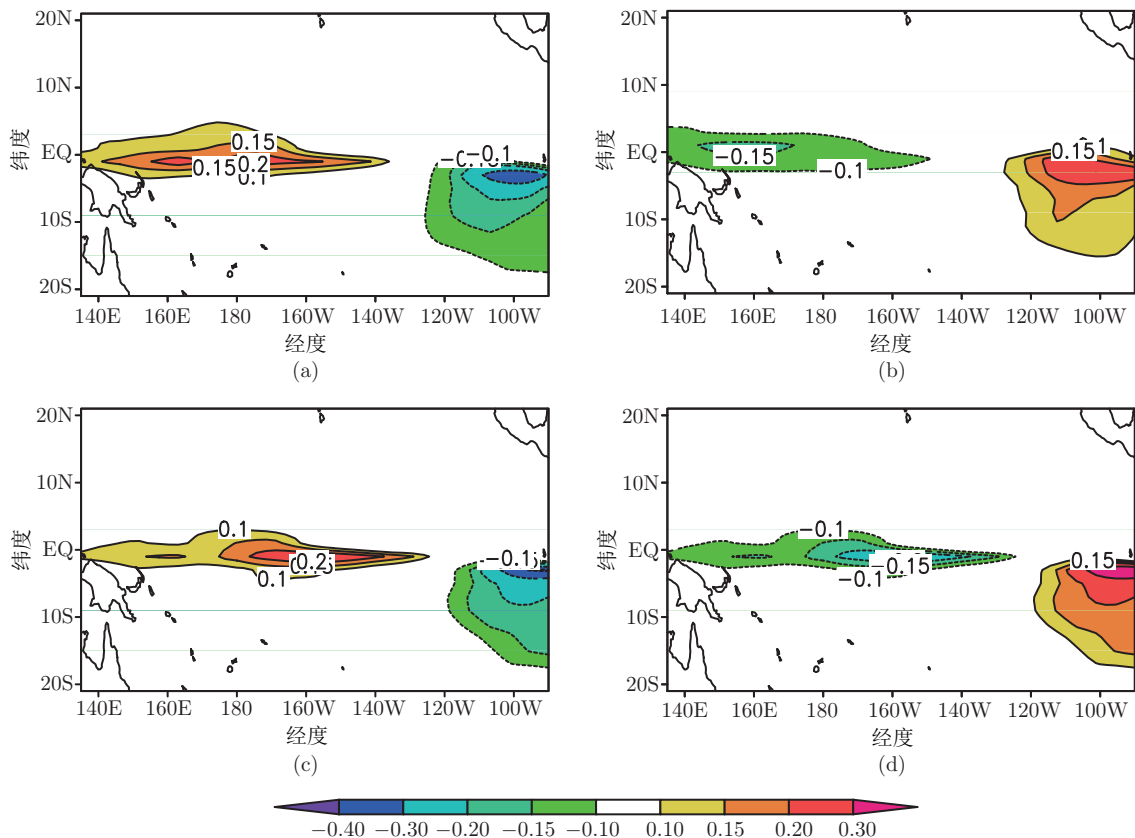


图 6 不同类型最优模式倾向误差的海表温度异常分量, (a) CNOP-F1; (b) CNOP-F2; (c) FSV1; (d) FSV2, 由文献 [54] 中的图整理得到

料, 减小模式误差, ENSO 的预报技巧可能会显著提高.

以上主要利用定常型 CNOP-F 来探讨 El Niño 事件的可预报性, 进一步, Zhao 和 Duan [56] 计算了随时间变化的 CNOP-F. 他们在一年积分时间中分别每隔 3 个月和一个月计算 CNOP-F, 这样对于前者 CNOP-F 有 4 个分量 (CNOP-F-4), 而后者有 12 个分量 (CNOP-F-12). 将定常型 CNOP-F 和随时间变化的 CNOP-F 进行比较, 结果表明, 定常型 CNOP-F 的 SSTA 分量具有赤道东太平洋负异常而赤道中西太平洋正异常的纬向偶极子结构, 并且虽然随时间变化的 CNOP-F 的前几个分量与定常型 CNOP-F 有相似的结构, 但是它们后几个分量的偶极子结构逐渐西移, 并且其西极子逐渐减弱. 文献 [56] 还计算了由不同类型倾向误差导致的预报误差, 结果显示 CNOP-F-12 导致的预报误差最大, CNOP-F-4 次之. 但是与随机倾向误差相比, 三类 CNOP-F 型倾向误差都导致了更加显著的预报误差. 这表明在导致预报误差的过程中, 倾向误差独特的空间结构会起重要作用. 因此, 在研究导致 El Niño 事件最大预报误差的倾向误差时, 依赖时间变化的 CNOP-F 型倾向误差需要被着重考虑.

3.4 CNOP-B 在评估边界条件扰动影响中的应用

在大气 - 海洋数值模拟和预测中, 往往需要我们利用观测或再分析资料为数值模式提供合适的边界条件. 由于观测资料不可避免地存在误差, 所以, 边界条件存在不确定性, 这些不确定性对大气 - 海洋的模拟和预测结果有重要影响. 例如, Zou 和 Kuo [57] 指出, 大气模式侧边界条件的精度对于降水预报十分重要. 因此, 评估边界条件不确定性对大气 - 海洋模拟和预测的影响具有重要意义. 但与初始条件和模式参数相比, 关于边界条件不确定性的评估研究还比较少, 主要原因可能是缺乏合适的方法, 而本文中的 CNOP-B 恰好可以用于研究这一问题.

最近, Wang 和 Mu [23] 利用一个模拟海洋深层叶绿素极大值 (DCM) 的海洋生态模型, 评估了模式底边界营养盐扰动对模拟结果的影响. DCM 是世界大洋中的一个普遍现象, 指的是在寡营养盐海水中, 叶绿素浓度和浮游植物生物量在海洋次表层达到极大值的现象 (参见文献 [58, 59]), 海洋中 DCM 的形成及其变化对海洋生态系统有重要影响, 因此许多研究利用数值模式考察了不同因素 (如表层光的摄入和底层营养盐通量等) 的变化对 DCM 的影响 (参见文献 [60-62]), 但他们并没有探讨在营养盐合理的变化区间内, 对 DCM 的最大影响是什么? 为此, 文献 [23] 利用 CNOP-B 考察了该问题.

利用 SPG 优化算法, Wang 和 Mu [23] 计算得到了两类接近反对称的 CNOP-B (图 7), 为了考察这两类 CNOP-B 对 DCM 的影响, 他们将其分别叠加到底边界的营养盐上, 然后积分数值模式, 结果发现 CNOP-B 型营养盐扰动随时间逐步向上层扩散, 其中正营养盐扰动扩散后会导致浮游植物快速生长, 最终在海洋次表层形成浮游植物生物量的正异常 (图 8(a) 和 8(b)), 从而增强了 DCM; 而负营养盐扰动向上扩散后, 将减少海洋次表层的营养盐, 这不利于浮游植物生长, 导致浮游植物生物量的负异常 (图 8(c) 和 8(d)), 从而大大减弱了 DCM. 这表明边界条件的不确定性对模拟的 DCM 有重要影响. 另外, 文献 [23] 注意到尽管两类 CNOP-B 是几乎反对称的, 但是其引起的 DCM 中浮游植物生物量的改变却展现了不对称的特征 (比较图 8(b) 和 8(d)). 进一步考察发现非线性过程是导致不对称的主要因素, 对于具有正营养盐异常的 CNOP-B, 非线性过程有助于促进浮游植物生长, 并且该促进作用较强, 而对于负营养盐异常的 CNOP-B, 非线性促进浮游植物生物量减小, 但这里的促进作用较弱, 正是由于非线性作用的强弱不同, 导致浮游植物生物量的正负异常呈现了不对称的特征. 该研究说明海洋深层中尺度涡或内波等的活动引起的深层营养盐异常, 可能会对原来稳定的 DCM 结构产生显著影响, 从而造成局地海洋生态系统的改变. 这些结果显示 CNOP-B 是评估边界条件扰动影响的一个有用工具.

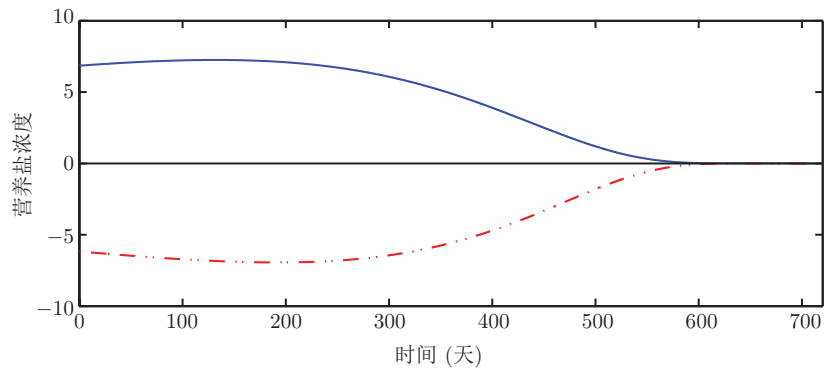


图 7 两类随时间变化的 CNOP-B 分布, CNOP-B 指水柱底边界营养盐异常 (单位: $\text{mmol nutrient m}^{-3}$), 摘自文献 [23]

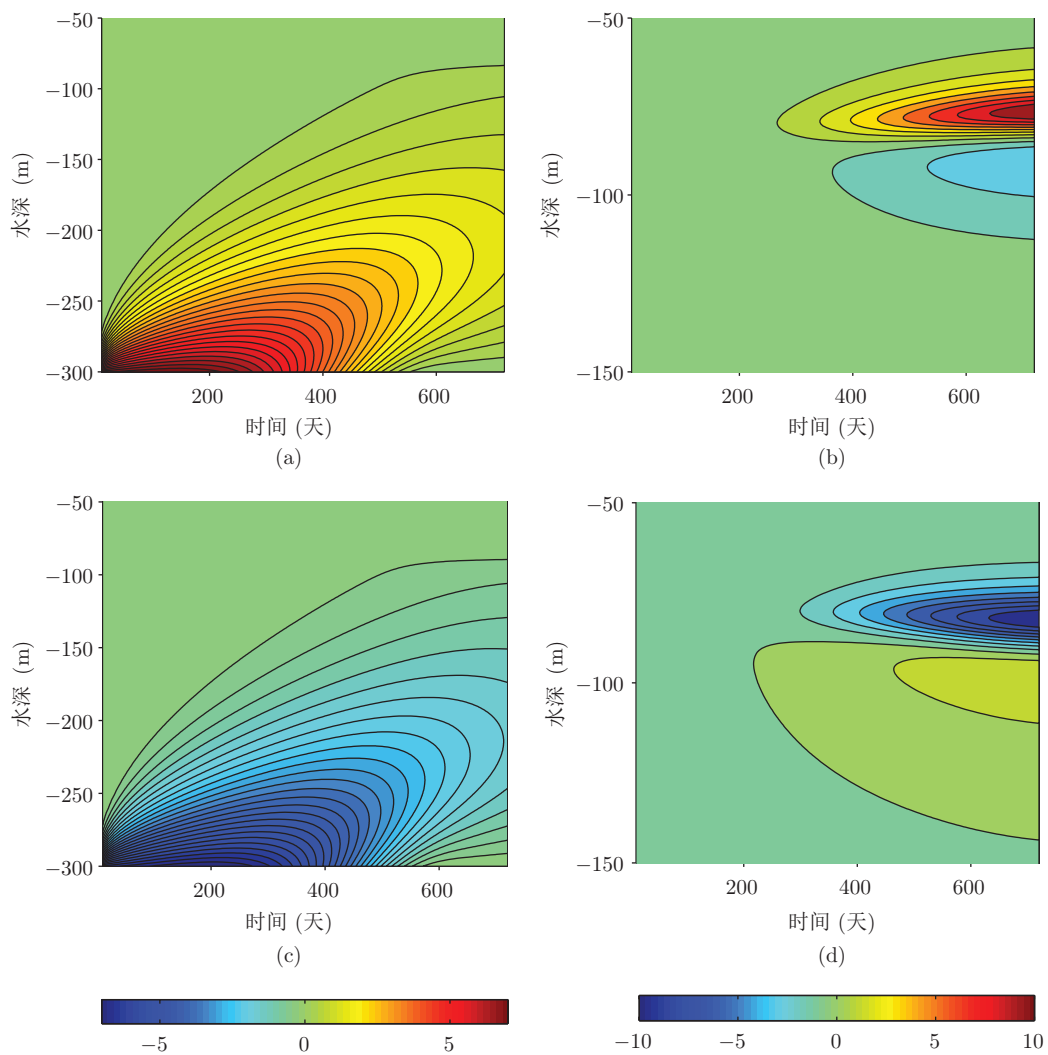


图 8 由图 7 中两类 CNOP-B 所引起的营养盐异常 (a, c) 和浮游植物异常 (b, d) 随时间的变化, 营养盐异常的单位: $\text{mmol nutrient m}^{-3}$, 浮游植物异常的单位: $10^7 \text{ cells m}^{-3}$, 摘自文献 [23]

4 总结与讨论

本文主要介绍非线性最优化方法在大气 - 海洋科学研究中的有关应用, 重点论述基于非线性最优化提出的 CNOP 方法的理论框架及近几年的发展, 较详细讨论了 CNOP 方法应用的最新进展, 包括其在集合预报、模式参数敏感性的识别以及模式倾向误差和边界条件误差评估中所取得的成果. 从这些应用成果来看, CNOP 方法不仅能够研究大气 - 海洋数值模式中不同因素 (包括初始条件、模式参数、模式外强迫和边界条件) 的不确定性对模拟或预测结果的影响, 还能揭示非线性物理过程的影响.

虽然 CNOP 方法在大气 - 海洋科学研究中已有相当广泛的应用, 取得了一定的成果, 但是其应用也面临着一些困难与挑战. 首先, 如何针对所研究的物理问题, 构造合适的目标函数, 选取合适的约束条件? 这依赖于研究者对所研究问题的理解, 涉及应用者的专业知识, 我们这里不多讨论.

另一方面, 困难主要是如何数值求解 CNOP. 当目标函数关于优化变量的梯度存在时, 即所谓的光滑非线性优化问题, 挑战主要是计算资源问题. 这时, 一些比较成熟的优化算法, 如 SPG 和 SQP 算法^[27, 28], 需要目标函数关于优化变量的梯度信息. 一般而言, 这时数值模式的伴随模式提供了计算梯度的有效方法. 当伴随模式存在时, CNOP 方法在高维问题中也取得了一定的成功, Zhang 等^[63] 已经基于一个区域海洋模式及其伴随模式计算了优化维数约为 10^7 的 CNOP. 但是, 目前虽然一些模式为了变分资料同化的需要, 开发出了伴随模式外, 大部分模式都没有伴随模式. 对于大气 - 海洋研究中高维模式而言, 伴随模式的开发需要很大的人力和物力. 当然, 伴随模式只是计算梯度的一个有效工具, 而不是必不可少的. 对于维数较低的问题, 直接计算梯度也是一种应该考虑的选择. 如何充分利用现在的计算机资源, 特别是处理器数量巨大的条件, 用好并行计算, 对于维数为 $O(10^4-10^5)$ 之类的问题, 开发出不用伴随模式, 直接计算梯度, 进而求解 CNOP 的算法, 应该是一个值得研究的问题.

当维数很高并且没有伴随模式可用时, 直接计算梯度需要耗费较多的计算资源和较长的计算时间, 使得这个办法变得实用性很低. 为了更快地计算 CNOP, 一些降维的算法已经被提出. 例如, Yuan 等^[64]、Wang 和 Tan^[29] 以及 Chen 等^[65] 分别利用正交投影的方法和奇异值分解的方法减少了优化问题的维数, 从而加快了优化计算, 缩短了计算时间; Tian 等^[66] 在文献 [29] 的降维技术的基础上利用预报 - 校正的迭代算法进一步提高了计算 CNOP 的效率.

当目标函数关于优化变量的梯度不存在时, 即所谓的非光滑优化问题, 很难利用梯度信息进行非线性最优化计算, 这是数值求解 CNOP 面临的另一挑战. 学者们已经开始研究不用梯度, 近似求解 CNOP 的方法, 例如, Duan 等^[15] 提出了无需梯度信息的集合办法, 近似求解了 CNOP; 另外, 近年来无需梯度信息的智能优化算法 (如遗传算法 (GA) 和粒子群优化算法 (PSO)) 也已被成功用于 CNOP 的求解 (参见文献 [67, 68]). 当然, 尽管智能优化算法能够处理非光滑、强非线性优化问题, 也具有一定的可移植性, 但实际复杂大气 - 海洋模式中的高维和多峰优化问题, 仍然是需要面对的极大挑战.

随着技术的进步, 巨型计算机如我国神威太湖之光的峰值已经可以达到每秒 10 亿亿次, 具有 4 万多个处理器. 但是, 如何高效地应用这种巨型机求解非线性最优化问题, 仍然需要付出极大的努力. 特别需要数学、计算机科学以及大气 - 海洋科学方面专家的通力合作. 只有发挥不同领域专家的特长, 才有可能取得新的突破. 已有一些计算机科学方面的学者, 开展了这方面的研究, 取得了一些成果, 如 Zhang 等^[69] 的工作, 但是这方面还有大量的工作需要开展.

参考文献

- 1 Lorenz E. Climate predictability: The physical basis of climate modeling. Global Atmosphere Research Programme (GARP) Publication Series, World Meteorological Organisation (WMO), 1975, 16: 132-136

- 2 Mu M, Duan W S, Chou J. Recent advances in predictability studies in China (1999–2002). *Adv Atmos Sci*, 2004, 21: 437–443
- 3 Palmer T, Hagedorn R. *Predictability of Weather and Climate*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006
- 4 Tennekes H. Karl Popper and the accountability of numerical forecasting. In: *New Developments in Predictability. ECMWF Workshop Proceedings, ECMWF, Shinfield Park, Reading, Royaume-Uni*. London: European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, 1991, 21–28
- 5 Lorenz E N. A study of the predictability of a 28-variable atmospheric model. *Tellus*, 1965, 17: 321–333
- 6 Farrell B F. Small error dynamics and the predictability of atmospheric flows. *J Atmos Sci*, 1990, 47: 2409–2416
- 7 Thompson C J. Initial conditions for optimal growth in a coupled ocean-atmosphere model of ENSO. *J Atmos Sci*, 1998, 55: 537–557
- 8 Zanna L, Heimbach P, Moore A M, et al. Optimal excitation of interannual Atlantic meridional overturning circulation variability. *J Climate*, 2011, 24: 413–427
- 9 Palmer T N, Zanna L. Singular vectors, predictability and ensemble prediction for weather and climate. *J Phys A*, 2013, 46: 254018
- 10 Moolenaar H E, Selten F M. Finding the effective parameter perturbations in atmospheric models: The LORENZ63 model as case study. *Tellus*, 2004, 56: 47–55
- 11 Barkmeijer J, Iversen T, Palmer T N. Forcing singular vector and other sensitivity model structures. *Q J Roy Meteor Soc*, 2003, 129: 2401–2423
- 12 Mu M, Duan W S, Wang B. Conditional nonlinear optimal perturbation and its applications. *Nonlinear Process Geophys*, 2003, 10: 493–501
- 13 Cherubini S, De Palma P, Robinet J C, et al. Rapid path to transition via nonlinear localised optimal perturbations in a boundary layer flow. *Phys Rev E* (3), 2010, 82: 066302
- 14 Pringle C C T, Kerswell R R. Using nonlinear transient growth to construct the minimal seed for shear flow turbulence. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 154502
- 15 Duan W S, Liu X C, Zhu K Y, et al. Exploring the initial errors that cause a significant “spring predictability barrier” for El Niño events. *J Geophys Res*, 2009, 114: C04022
- 16 Mu M, Duan W S, Wang B. Season-dependent dynamics of nonlinear optimal error growth and El Niño-Southern Oscillation predictability in a theoretical model. *J Geophys Res*, 2007, 112: D10113
- 17 Terwisscha van Scheltinga A D, Dijkstra H A. Conditional nonlinear optimal perturbations of the double-gyre ocean circulation. *Nonlinear Process Geophys*, 2008, 15: 727–734
- 18 Mu M, Sun L, Dijkstra H A. The sensitivity and stability of the ocean’s thermocline circulation to finite amplitude freshwater perturbations. *J Phys Oceanogr*, 2004, 34: 2305–2315
- 19 Sun L, Mu M, Sun D J, et al. Passive mechanism decadal variation of thermohaline circulation. *J Geophys Res*, 2005, 110: C07025
- 20 Wang Q, Mu M, Dijkstra H A. Effects of nonlinear physical processes on optimal error growth in predictability experiments of the Kuroshio large meander. *J Geophys Res*, 2013, 118: 6425–6436
- 21 Mu M, Duan W S, Wang Q, et al. An extension of conditional optimal perturbation approach and its applications. *Nonlinear Process Geophys*, 2010, 17: 211–220
- 22 Duan W S, Zhou F F. Non-linear forcing singular vector of a two-dimensional quasi-geostrophic model. *Tellus*, 2013, 65: 18452
- 23 Wang Q, Mu M. A new application of conditional nonlinear optimal perturbation approach to boundary condition uncertainty. *J Geophys Res*, 2015, 120: 7979–7996
- 24 穆穆, 段晚锁. 条件非线性最优扰动在可预报性问题研究中的应用. *大气科学*, 2013, 37: 281–296
- 25 Duan W S, Huo Z H. An approach to generating mutually independent initial perturbations for ensemble forecasts: Orthogonal conditional nonlinear optimal perturbations. *J Atmos Sci*, 2016, 73: 997–1014
- 26 Ehrendorfer M, Tribbia J J. Optimal prediction of forecast error covariances through singular vectors. *J Atmos Sci* 1997, 53: 286–313
- 27 Birgin E G, Martinez J M, Raydan M. Nonmonotone spectral projected gradient methods on convex sets. *SIAM J Optim*, 2000, 10: 1196–1211
- 28 Powell M J D. VMCWD: A FORTRAN subroutine for constrained optimization. *ACM SIGMAP Bull*, 1983, 32: 4–16
- 29 Wang B, Tan X W. A fast algorithm for solving CNOP and associated target observation tests. *Acta Meteorol Sin*, 2009, 23: 387–402
- 30 Sun G D, Mu M. A preliminary application of the differential evolution algorithm to calculate the CNOP. *Atmos Ocean Sci Lett*, 2009, 2: 381–385

- 31 Leith C E. Theoretical skill of Monte Carlo forecasts. *Mon Wea Rev*, 1974, 102: 409–418
- 32 Toth Z, Kalnay E. Ensemble forecasting at NMC: The generation of perturbations. *Bull Amer Meteor Soc*, 1993, 74: 2317–2330
- 33 Mu M, Jiang Z N. A new approach to the generation of initial perturbations for ensemble prediction: Conditional nonlinear optimal perturbation. *Chinese Sci Bull*, 2008, 53: 2062–2068
- 34 Wang X G, Bishop C H. A comparison of breeding and ensemble transform kalman filter ensemble forecast schemes. *J Atmos Sci*, 2003, 60: 1140–1158
- 35 Annan J D. On the orthogonality of bred vectors. *Mon Wea Rev*, 2004, 132: 843–849
- 36 Wei M Z, Toth Z, Wobus R, et al. Ensemble transform kalman filter-based ensemble perturbations in an operational global prediction system at NCEP. *Tellus*, 2006, 58: 28–44
- 37 Feng J, Ding R Q, Liu D Q, et al. The application of nonlinear local Lyapunov vectors to ensemble predictions in Lorenz systems. *J Atmos Sci*, 2014, 71: 3554–3567
- 38 Lorenz E N. Predictability: A problem partly solved. In: *Proceedings of ECMWF Workshop on Predictability*. Cambridge: Cambridge University Press, 1995, 40–58
- 39 霍振华. 非线性最优扰动方法在集合预报中的应用. 博士学位论文. 北京: 中国科学院大气物理研究所, 2016
- 40 Dudhia J. A nonhydrostatic version of the Penn State/NCAR mesoscale model: Validation tests and simulation of an Atlantic cyclone and cold front. *Mon Wea Rev*, 1993, 121: 1493–1513
- 41 Toth Z, Kalnay E. Ensemble forecasting at NCEP and the breeding method. *Mon Wea Rev*, 1997, 125: 3297–3318
- 42 Enfield D B, Mestas-Nuñez A M, Trimble P J. The Atlantic multidecadal oscillation and its relation to rainfall and river flows in the continental US. *Geophys Res Lett*, 2001, 28: 2077–2080
- 43 Wang Y, Li S, Luo D. Seasonal response of Asian monsoonal climate to the Atlantic Multidecadal Oscillation. *J Geophys Res*, 2009, 114: D02112
- 44 Wang C, Dong S, Munoz E. Seawater density variations in the North Atlantic and the Atlantic meridional overturning circulation. *Climate Dyn*, 2010, 34: 953–968
- 45 Robson J, Hodson D, Hawkins E, et al. Atlantic overturning in decline? *Nat Geosci*, 2014, 7: 2–3
- 46 Zu Z, Mu M, Dijkstra H A. Optimal initial excitations of decadal modification of the Atlantic Meridional Overturning Circulation under the prescribed heat and freshwater flux boundary conditions. *J Phys Oceanogr*, 2016, 46: 2029–2047
- 47 Belkin I M, Levitus S, Antonov J, et al. “Great Salinity Anomalies” in the North Atlantic. *Prog Oceanogr*, 1998, 41: 1–68
- 48 Pitman A J. Assessing the sensitivity of a land-surface scheme to the parameter values using a single column model. *J Climate*, 1994, 7: 1856–1869
- 49 Bastidas L A, Hogue T S, Sorooshian S, et al. Parameter sensitivity analysis for different complexity land surface models using multicriteria methods. *J Geophys Res*, 2006, 111: D20101
- 50 Zaehle S, Sitch S, Smith B, et al. Effects of parameter uncertainties on the modeling of terrestrial biosphere dynamics. *Global Biogeochem Cycles*, 2005, 19: GB3020
- 51 Sun G D, Mu M. A new approach to identify the sensitivity and importance of physical parameters combination within numerical models, using the Lund-Potsdam-Jena (LPJ) model as an example. *Theor Appl Climatol*, doi: 10.1007/s00704-015-1690-9, 2016
- 52 McPhaden M J, Zebiak S E, Glantz M H. ENSO as an integrating concept in Earth science. *Science*, 2006, 314: 1740–1745
- 53 Philander S G H. El Niño Southern Oscillation phenomena. *Nature*, 1983, 302: 295–301
- 54 Duan W S, Zhao P. Revealing the most disturbing tendency error of Zebiak-Cane model associated with El Niño predictions by nonlinear forcing singular vector approach. *Clim Dyn*, 2015, 44: 2351–2367
- 55 Zebiak S E, Cane A. A model El Niño-Southern Oscillation. *Mon Wea Rev*, 1987, 115: 2262–2278
- 56 Zhao P, Duan W S. Time-dependent nonlinear forcing singular vector-type tendency error of the Zebiak-Cane model. *Atmos Oceanic Sci Lett*, 2014, 7: 395–399
- 57 Zou X, Kuo Y H. Rainfall assimilation through an optimal control of initial and boundary conditions in a limited-area mesoscale model. *Mon Wea Rev*, 1996, 124: 2859–2882
- 58 Huisman J, Thi N N P, Karl D M, et al. Reduced mixing generates oscillations and chaos in the oceanic deep chlorophyll maximum. *Nature*, 2006, 439: 322–325
- 59 Navarro G, Ruiz J. Hysteresis conditions the vertical position of deep chlorophyll maximum in the temperate ocean. *Global Biogeochem Cycles*, 2013, 27: 1013–1022
- 60 Reynolds C S. Dynamics, selection and composition of phytoplankton in relation to vertical structure in lakes. *Ergeb Limnol*, 1992, 35: 13–31

- 61 Klausmeier C A, Litchman E. Algal games: The vertical distribution of phytoplankton in poorly mixed water columns. *Limnol Oceanogr*, 2001, 46: 1998–2007
- 62 Beckmann A, Hense I. Beneath the surface: Characteristics of oceanic ecosystems under weak mixing conditions—A theoretical investigation. *Prog Oceanogr*, 2007, 75: 771–796
- 63 Zhang K, Wang Q, Mu M, et al. Effects of optimal initial errors on predicting the seasonal reduction of the upstream Kuroshio transport. *Deep-Sea Res I*, 2016, 116: 220–235
- 64 Yuan S, Wen S, Li H, et al. An optimization framework for adjoint-based climate simulations: A case study of the Zebiak-Cane model. *Internat J High Performance Comput Appl*, 2014, 28: 174–182
- 65 Chen L, Duan W S, Xu H. A SVD-based ensemble projection algorithm for calculating the conditional nonlinear optimal perturbation. *Sci China Earth Sci*, 2015, 58: 385–394
- 66 Tian X J, Feng X B, Zhang H Q, et al. An enhanced ensemble-based method for computing CNOPs using an efficient localization implementation scheme and a two-step optimization strategy: Formulation and preliminary tests. *Q J Roy Meteor Soc*, 2016, 142: 1007–1016
- 67 Zheng Q, Dai Y, Zhang L, et al. On the application of a genetic algorithm to the predictability problems involving “on-off” switches. *Adv Atmos Sci*, 2012, 29: 422–434
- 68 Fang C L, Zheng Q. The effectiveness of genetic algorithm in capturing conditional nonlinear optimal perturbation with parameterization “on-off” switches included by a model. *J Trop Meteorol*, 2009, 13: 13–19
- 69 Zhang L L, Yuan S J, Mu B, et al. CNOP-based sensitive areas identification for tropical cyclone adaptive observations with PCAGA method. *Asia-Pacific J Atmos Sci*, in press, 2016

Applications of nonlinear optimization approach to atmospheric and oceanic sciences

MU Mu & WANG Qiang

Abstract This paper mainly introduces recent applications of nonlinear optimization approach to atmospheric and oceanic sciences. Emphasis is placed on the theoretical framework of the conditional nonlinear optimal perturbation (CNOP) method that is based on nonlinear optimization, and the works aiming to make it comprehensive. The application progresses of the CNOP method in atmospheric and oceanic sciences are briefly presented, including the applications for ensemble forecast, predictability of some high-impact ocean-atmospheric environmental events, recognition of model parameter sensitivities, assessments of model tendency error and boundary condition error. In addition, we also discuss the difficulties and challenges for the application of the CNOP approach and suggest directions for future development.

Keywords nonlinear optimization, conditional nonlinear optimal perturbation (CNOP), atmosphere, ocean

MSC(2010) 35Q93, 49N45, 65K10, 65M32, 90C30, 90C31

doi: 10.1360/N012016-00200